

А. М. РОЗЕНБЕРГ. Инженер-доцент Сибирского Механико-Машиностроительного Института

и

В. В. СУДНИШНИКОВ. Техник завода „Металлист“.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФРЕЗЫ СО СПИРАЛЬНЫМ ЗУБОМ.

Работа фрезы является много более сложным процессом, нежели работа токарного и строгального резца или сверла. Этим отчасти объясняется тот факт, что мы имеем к настоящему времени область фрезерования наименее разработанной как теоретически, так и экспериментально среди других разделов, теории резания металлов.

Не останавливаясь на выводах Фишера¹⁾, имевших под собой неправильную предпосылку (постоянство удельного давления резания при изменении сечений стружки), необходимо указать в этой области на выдающуюся работу немецкого инж. Salomon, давшего безупречное выражение для затраты энергии при работе цилиндрической фрезы с прямым зубом²⁾.

По его выводам работа за один оборот

$$A_n = \frac{2^{K+1}}{K+2} \cdot \lambda_1 \cdot b \cdot t^{\frac{K+2}{2}} \cdot S_n^{K+1} \cdot z^{-K} \cdot D^{-\frac{K}{2}} \text{ кг.мм. *)}$$

Здесь (см. рис. 1).

D —диаметр фрезы в мм,

λ_1 —постоянная величина, зависящая от обрабатываемого материала и профиля зуба фрезы,

b —ширина фрезерования в мм,

t —глубина фрезерования в мм,

S_n —подача в мм за 1 оборот фрезы,

Z —число зубцов фрезы.

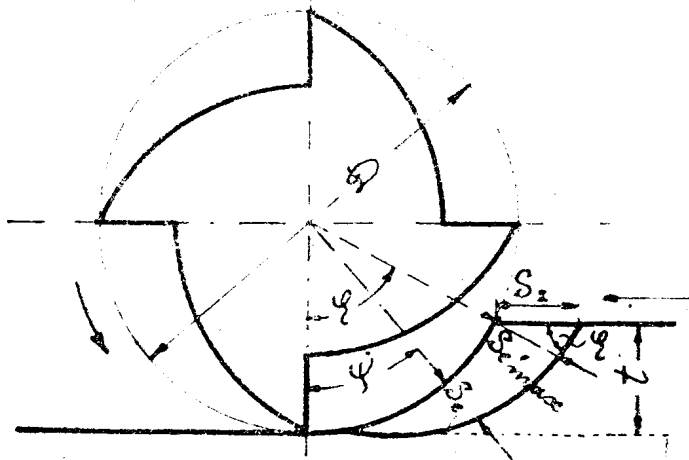


Рис. 1.

*) В статье инж. Salomon ошибочно обозначено A_n в килограммометрах, в действительности это работа в килограммомиллиметрах.

Переходя к затрате мощности и обозначая через n число оборотов фрезы. в минуту и через S подачу в мм в минуту получим:

$$N = \frac{A_n}{1000} \cdot \frac{n}{60.75} \text{ лош. сил};$$

$$N = \frac{2^{K+1}}{K+2} \cdot \frac{n}{1000.60.75} \cdot \lambda_1 \cdot b \cdot t^{\frac{K+2}{2}} \cdot S_n^{K+1} \cdot Z^{-K} \cdot D^{-\frac{K}{2}};$$

так как

$$S_n = \frac{S}{n},$$

то:

$$N = \frac{2^{K+1}}{K+2} \cdot \frac{n^{-K}}{1000.60.75} \cdot \lambda_1 \cdot b \cdot t^{\frac{K+2}{2}} \cdot S^{K+1} \cdot Z^{-K} \cdot D^{-\frac{K}{2}} \dots (1)$$

В основу вывода положено переменное удельное давление резания как функция толщины стружки в данный момент:

$$K_S = \lambda_1 \cdot S_e^K = \lambda_1 \cdot S_Z^K \cdot \sin^K \psi.$$

Здесь:

K_S —удельное давление резания в кг/мм²,

S_e —толщина стружки в данный момент в мм,

K —показатель степени, зависящей от сорта обрабатываемого материала,

λ_1 —постоянный коэффициент, зависящий от сорта обрабатываемого материала и профиля резца,

S_Z —подача на один зуб в мм.

ψ —угол, определяющий положение зуба в данный момент.

Выражение (I) дает среднюю затрату мощности. Пользуясь рассуждениями инж. Salomon нетрудно было бы получить и выражение для переменной окружной силы на фрезе с прямым зубом.

Инж. Salomon дал кроме того номограмму для подсчета мощности необходимой при фрезеровании³⁾ стали с $K_Z = 50 - 60$ кг/мм².

Если из номограммы определить уравнение на котором она построена, то мы получим

$$N = \frac{20.72}{1.72} \cdot \frac{n^{0.28}}{1000.60.75} \cdot 170 \cdot b \cdot t^{0.86} \cdot S^{0.72} \cdot Z^{0.28} \cdot D^{0.14} \dots (2)$$

Мы видим, что уравнение по своим коэффициентам и показателям степеней вполне точно соответствует теоретически вы-

веденному им же выражению. Отсюда удельное давление резания при фрезеровании стали средн. твердости будет

$$K_s = \frac{170}{S_e^{0,28}} \dots \dots \dots (3)$$

Номограмма увязывает все переменные величины (S_z , S_n , Z , t , n , D , N) и отвечает точному выражению для мощности.

К сожалению выводы инж. Salomon сделаны для фрезы с прямым зубом, которая в настоящее время почти совершенно вышла из практики фрезерования, для работы же фрезы с спиральным зубом мы до сего времени не имеем безупречного вывода, подобного выводу инж. Salomon для прямозубной фрезы; базироваться же лишь на эксперименте, в силу сложности процесса, было бы не правильно и не давало бы гарантии от грубых ошибок.

Из имеющихся в настоящее время экспериментальных работ со спиральной фрезой, наиболее интересны работы Beskh⁴⁾ и Bahleske⁵⁾, выясняющие влияние различных факторов на затрату энергии при фрезеровании. Bahleske в результате своих опытов дал две счетные линейки для подсчета необходимой мощности при фрезеровании чугуна средней твердости и стали средней твердости.

Определив уравнения, на которых Bahleske построил свои линейки получим:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Для стали:} \\ N = \frac{n^{0,26}}{32500} \cdot b \cdot t^{0,85} \cdot s^{0,74} \cdot D^{0,26} \text{ лош. сил.} \\ \text{Для чугуна:} \\ N = \frac{n^{0,28}}{40500} \cdot b \cdot t^{0,82} \cdot s^{0,72} \cdot D^{0,28} \text{ лош. сил.} \end{array} \right\} \dots \dots (4)$$

Мы видим чрезвычайно близкое совпадение показателей в уравнениях Bahleske (4) и Salomon (2), но в уравнениях Bahleske влияние диаметра фрезы на мощность иное нежели в уравнении Salomon, кроме того совершенно не выражено влияния числа зубьев фрезы (Z), что может быть объяснено либо специфичностью работы фрезы со спиральным зубом, либо, что более вероятно, тем, что Bahleske работал при производстве опытов с постоянным $Z=8$ и $D=100$ мм.

Необходимо указать, что опыты Bahleske и Beskh не могли дать совершенно точных результатов, т. к. Bahleske при тарировании своих измерительных приборов и определения сил на фрезе не учитывал влияния осевых и радиальных давлений на вредные сопротивления в станке: Beskh в основу своих выводов положил совершенно неправильное разложение сил действующ-

щих на зуб фрезы, не учитывая имеющегося вертикального давления фрезы на обрабатываемый предмет и считая равнодействующую силу, идущей всегда горизонтально.

Кроме указанных экспериментальных работ имеются выводы проф. Саввина⁶⁾, которые не могут дать достаточно точных результатов с одной стороны потому, что построены на относительном постоянстве удельного давления резания за весь путь

зуба фрезы $\left\{ K_e = \frac{C}{S_e^K} \right\}$, с другой стороны потому, что проф.

Саввин дает совершенно неправильное выражение для определения толщины стружки и сечения стружки на зубе фрезы в данный момент, что нами будет подробно разъяснено при наших последующих выводах.

Кроме того формулы Саввина не дают возможности вычисления средней затраты энергии и мощности на процесс фрезерования, что необходимо для конструирования и расчета фрезерных станков, а также для экономического использования фрезерного станка при его работе в цеху.

Мы в последующем изложении даем теорию работы цилиндрической фрезы со спиральным зубом.

ТЕОРИЯ РАБОТЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФРЕЗЫ СО СПИРАЛЬНЫМ ЗУБОМ.

1. Общие соображения.

Основное отличие процесса работы фрезы со спиральным зубом от таковой же с прямым заключается в том, что в каждый данный момент на зубе фрезы, расположенном по винтовой поверхности, имеется сечение стружки с переменной толщиной. Кроме того при работе спирального зуба мы не имеем мгновенного выхода зуба из под стружки, как это имеет место при прямом зубе, благодаря чему при спиральном зубе сечение стружки на зубе, окружное усилие и крутящий момент достигнув максимума падают постепенно, что благоприятно отражается на всем процессе фрезерования, освобождая его от резких скачков нагрузки на фрезу и вызванных этими скачками дрожаний в станке.

При работе спиральной фрезы можно задать такие условия, при которых суммарное на всех, одновременно находящихся в работе, зубьях сечение стружки будет оставаться при вращении фрезы постоянным как по величине, так и по форме, суммарное окружное усилие и крутящий момент будут также постоянны, работа будет происходить совершенно спокойно без тех колебаний нагрузки и толчков, которые невыгодно отличают работу фрезерования от всех иных видов обработки металлов резаньем.

Если мы назовем
 β —угол подъема спирали,
 H —шаг спирали или подъем винтов, линии зуба в мм,
 b —ширина фрезерования в мм,

то

$$H = \pi \cdot D \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

Если мы возьмем ширину фрезерования

$$b = c \cdot \frac{H}{Z} \dots \dots \dots (5)$$

где „с“ целое число, то суммарное сечение стружки будет постоянно во все время работы фрезы, как по величине так и по форме, будут постоянны суммарное окружное усилие и крутящий момент.

На рис. 2 представлено это условие, причем показана поверхность фрезерования в развернутом виде, два положения трех зубьев фрезы и сечение стружки на них*).

В действительности линия входа зуба под стружку „mn“ и линия выхода из под стружки „pq“ будут расположены не перпендикулярно к направлению подачи, а наклонно, но этот наклон, величина которого для каждой данной фрезы будет зависеть от величины подачи на один зуб, не будет совершенно влиять на указанные свойства процесса при соблюдении соотношения по уравнению (5) и будет настолько незначителен, что его можно не принимать во внимание.

Действительно по рис. 3 мы видим, что отрезок „pr“ будет пройден в направлении подачи за то время, пока зуб фрезы повернется на угол „а“; при этом:

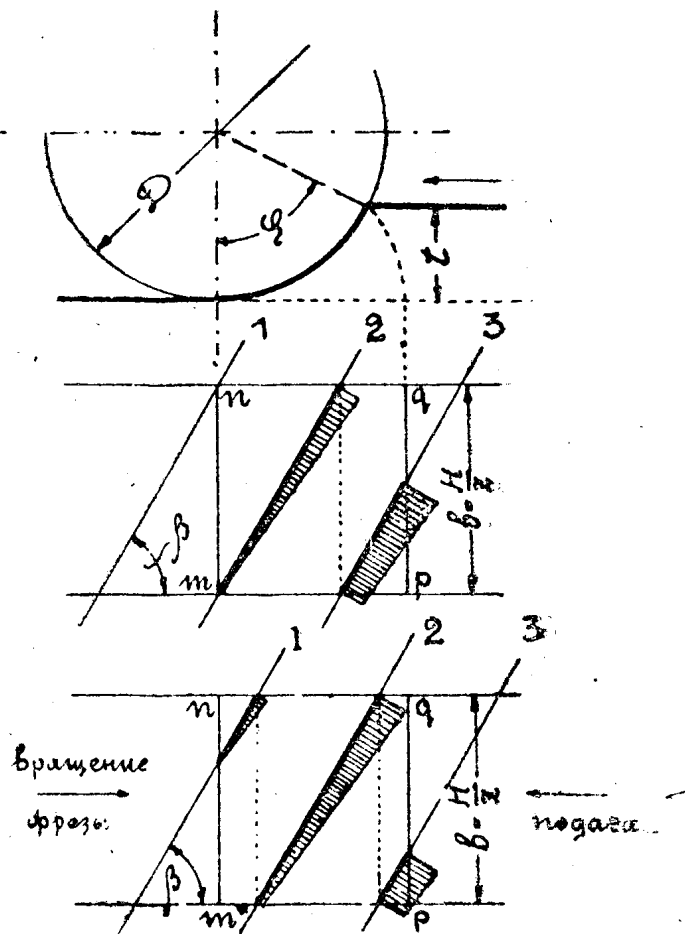


Рис. 2.

*) Линии, ограничивающие толщину стружки, на всех чертежах условно показаны прямыми.

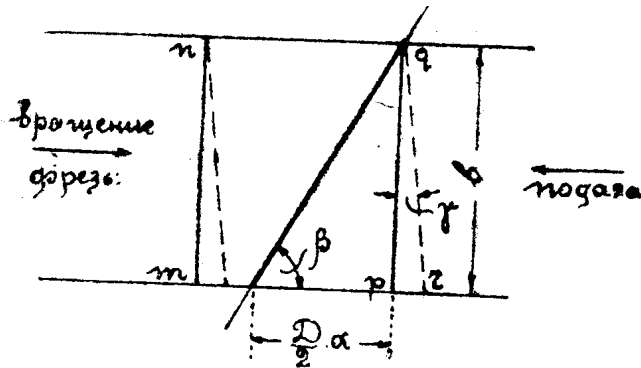


Рис. 3.

$$\frac{pr}{S_z \cdot Z} = \frac{a}{2\pi};$$

$$a = \frac{2b}{D \cdot \operatorname{tg} \beta};$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{pr}{b} = \frac{S_z \cdot Z}{\pi D \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

При употребительных величинах S_z , D и β угол γ не превышает 1° , т. е. может

быть не принят во внимание без ущерба для точности.

Таким образом при определенном соотношении подъема спирали зуба „Н“ и ширины фрезерования „b“ процесс обработки будет протекать совершенно спокойно, что необходимо учесть при проектировании фрез для работы в массовом производстве. с одной стороны, с другой стороны все опыты по фрезерованию, имеющие целью определение действующих на фрезе сил, крутящих моментов и затраты энергии, необходимо производить исключительно при ширине, удовлетворяющей указанному соотношению, т. к. при этом совершенно исключается влияние инерционных сил на показания опыта и является возможность при помощи сравнительно простых измерительных приборов получить точные результаты.

2. Толщина стружки на спиральном зубе фрезы.

Все дальнейшие выводы будут сделаны для фрезы с неподнутренным зубом, передняя грань которого имеет радиальное направление.

Обозначим:

S_z —подача на один зуб,

φ —угол контакта,

ψ —переменный угол определяющий положение данной точки зуба в данный момент,

S_e —толщина стружки в данный момент в данной точке зуба,

β —угол подъема спирали (см. рис. 1).

Толщина стружки на прямом зубе:

$$S_e = S_z \cdot \sin \psi;$$

$$S_{e \max} = S_z \cdot \sin \varphi.$$

Толщина стружки на спиральном зубе должна быть измерена в плоскости перпендикулярной к спиральной (винтовой) кромке зуба.

Проф. Саввин дает для спиральной фрезы:

$$S_e = S_z \cdot \sin \psi \cdot \sin \beta \dots \dots \dots (6)$$

В действительности толщина стружки на спиральном зубе будет выражаться той же зависимостью, что и для прямого зуба, т. к. будем ли мы сечь спиральную фрезу плоскостью перпендикулярной ее оси, (как это мы делаем с прямозубой фрезой), будем ли сечь перпендикулярно винтовой линии зуба, мы получим на передней режущей грани зуба, расположенной по винтовой поверхности, одну и ту же линию пересечения, по которой мы и должны производить измерение толщины стружки.

Докажем это.

Расположим винтовую поверхность передней грани зуба в пространственной системе координат, так чтобы ось винтовой поверхности (ось фрезы) совпадала с осью координат OZ (рис. 4).

AB —развертка спирали.

Уравнение винтовой поверхности:

$$\begin{aligned} \frac{y}{x} &= \operatorname{tg} \frac{Z}{R \cdot \operatorname{tg} \beta}; \\ R \cdot \operatorname{tg} \beta &= k; \\ \frac{y}{x} &= \operatorname{tg} \frac{Z}{k}. \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение винтовой линии:

$$\begin{aligned} x &= R \cdot \cos \psi; \\ y &= R \cdot \sin \psi; \\ Z &= R \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \psi = k \psi. \end{aligned}$$

Уравнение плоскости нормальной к винтовой линии в точке

$M(x_1, y_1, z_1)$:

$$y_1 \cdot x - x_1 \cdot y - k(Z - Z_1) = 0 \dots \dots \dots (II)$$

Найдем пересечение винтовой поверхности с плоскостью перпендикулярной оси Z (оси фрезы) и проходящей через точку

$M(x_1, y_1, z_1)$.

Уравнение такой плоскости:

$$Z = Z_1 \dots \dots \dots (III)$$

При совместном решении ур-ний (I) и (III) получим:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{Z_1}{k}.$$

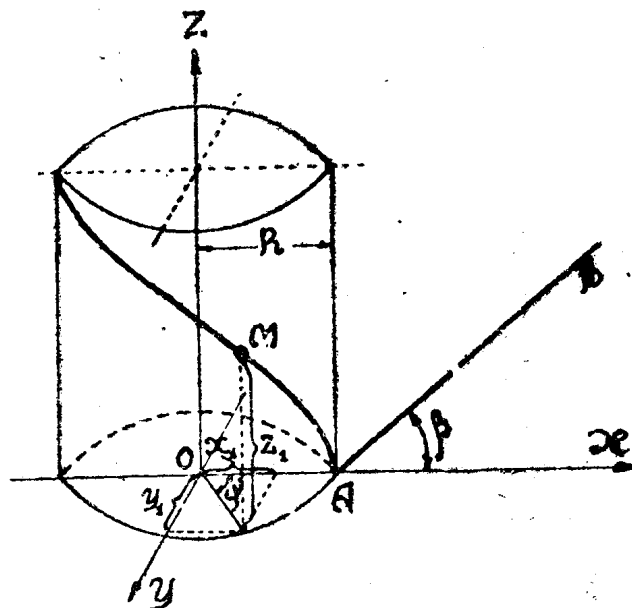


Рис. 4.

Обозначая $\operatorname{tg} \frac{Z_1}{k} = m = \text{const.}$, имеем:

$$y = mx \dots \dots \dots (IV)$$

что дает прямую пересекающуюся с осью Z (осью фрезы) и перпендикулярную к ней.

Найдем затем пересечение плоскости перпендикулярной к оси Z с плоскостью нормальной к винтовой линии и проходящей через точку $M(x_1, y_1, z_1)$. Совместное решение уравнений (III) и (II) дает

$$y = \frac{y_1}{x_1} \cdot x \dots \dots \dots (V)$$

но точка $M(x_1, y_1, z_1)$ лежит на винтовой поверхности, а потому:

$$\frac{y_1}{x_1} = \operatorname{tg} \frac{z_1}{k} = m$$

и уравнение (V) принимает вид:

$$y = mx,$$

что совпадает с уравнением (IV).

Таким образом винтовая поверхность, плоскость нормальная к оси фрезы и плоскость нормальная к винтовой линии зуба пересекаются по одной прямой, проходящей через ось фрезы и

перпендикулярной к ней. Иначе говоря, будем ли мы измерять толщину стружки в плоскости перпендикулярной к оси фрезы, или в плоскости перпендикулярной к винтовой линии зуба, мы получим один и тот же результат:

$$S_e = S_z \cdot \sin \psi \dots \dots \dots (7)$$

Проф. Саввин в выражении для толщины стружки (6) впал в грубейшую ошибку (повторяемую, кстати сказать, нашими авторитетными исследователями)⁷⁾, которая все последующие выводы его теории работы спиральной фрезы, совершенно лишает ценности,

3. Поперечное сечение стружки на зубе спиральной фрезы.

Обозначим:

q —сечение стружки на зубе фрезы,

l —длина зуба, находящаяся под стружкой в данный момент,

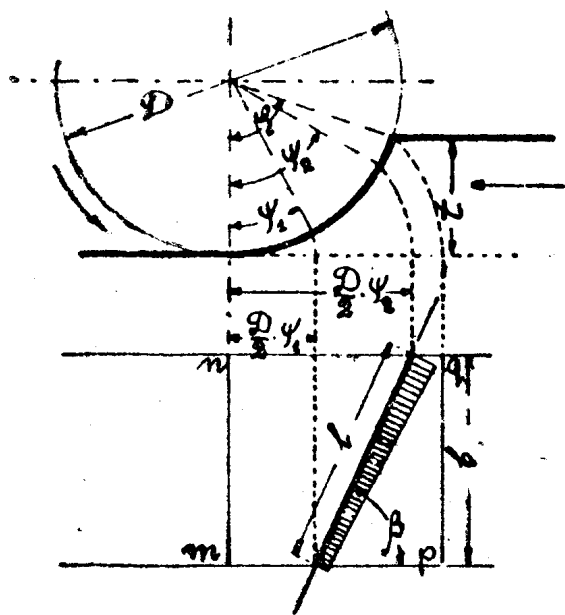


Рис. 5.

ψ_1 и ψ_2 — углы определяющие мгновенное положение части зуба, находящейся под стружкой.

Дифференциал сечения стружки будет (см. рис. 5):

$$dq = S_e \cdot dl = S_z \cdot \sin \psi \cdot dl;$$

$$l = \frac{D}{2} \cdot \frac{\psi_2 - \psi_1}{\cos \beta};$$

$$dl = \frac{D}{2 \cos \beta} \cdot d\psi;$$

$$dq = \frac{D}{2} \cdot \frac{S_z}{\cos \beta} \cdot \sin \psi \cdot d\psi;$$

$$q = \frac{D}{2} \cdot \frac{S_z}{\cos \beta} \cdot \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin \psi \cdot d\psi.$$

Окончательно получаем выражение для сечения стружки в данный момент

$$q = \frac{D}{2} \cdot \frac{S_z}{\cos \beta} \cdot (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) \quad \dots \dots \dots (8)$$

По выражению проф. Саввина имели:

$$q = \frac{D}{2} \cdot S_z \cdot \operatorname{tg} \beta (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) \quad \dots \dots \dots (9)$$

что дает при углах $\beta < 90^\circ$ преуменьшенное против действительного сечение стружки. Ошибка тем значительнее, чем меньше угол β и при $\beta = 45^\circ$ достигает 30%.

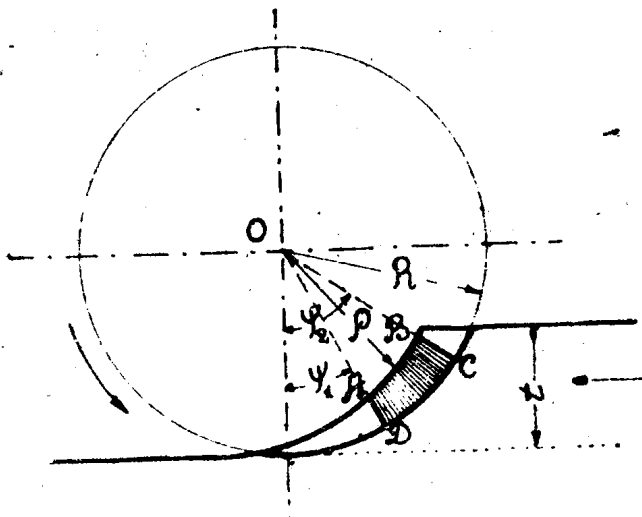


Рис. 6.

Ввиду того, что мы нашими выводами даем существенную критику общепризнанных выводов проф. Саввина, часто фигурирующих в нашей и заграничной литературе, мы считаем необходимым несколькими способами доказать правильность выведенной формулы для сечения стружки.

Мы можем выражение для сечения стружки получить следующим образом (рис. 6):

Сечение стружки в дан-

ный момент, лежащее на винтовой поверхности передней грани зуба в пределах угла $(\psi_2 - \psi_1)$, ограничивается с одной стороны винтовой линией режущей кромки зуба, проектирующейся на торцевую поверхность фрезы в часть окружности „CD”; с другой стороны ограничивается кривой пересечения поверхности, образованной в обрабатываемом предмете предыдущим зубом, с винтовой поверхностью зуба. Эта кривая проектируется на торцевую поверхность фрезы в кривую „AB”. Таким образом площадь $ABCD$ является проекцией поперечного сечения стружки на торцевую поверхность фрезы, т. е. на плоскость перпендикулярную оси фрезы.

Иначе говоря:

$$q \cdot \cos \beta = ABCD;$$

но:

$$ABCD = OCD - OBA;$$

$$OCD = \frac{1}{2} R^2 (\psi_2 - \psi_1).$$

Так как толщина стружки по доказанному нами ранее может измеряться в плоскости перпендикулярной оси фрезы, то для кривой AB мы будем иметь:

$$\rho = R - s_z \cdot \sin \psi;$$

$$OAB = \frac{1}{2} \cdot \int_{\psi_1}^{\psi_2} \rho^2 \cdot d\psi = \frac{1}{2} \cdot \int_{\psi_1}^{\psi_2} (R - s_z \cdot \sin \psi)^2 d\psi;$$

$$OAB = \frac{1}{2} R^2 (\psi_2 - \psi_1) - R \cdot s_z (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) + \\ + \frac{1}{4} s_z^2 \left((\psi_2 - \psi_1) - \frac{1}{2} \sin 2\psi_2 + \frac{1}{2} \sin 2\psi_1 \right).$$

Отсюда:

$$q = \frac{R \cdot s_z}{\cos \beta} (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) - \frac{s_z}{4 \cos \beta} \left(\psi_2 - \psi_1 - \frac{1}{2} \sin 2\psi_2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sin 2\psi_1 \right) \dots \dots \dots (10)$$

В этом случае мы получили выражение более точное, нежели уравнение (8), т. к. при получении уравнения (8) путем интегрирования по работающей длине зуба, мы как бы растянули сечение стружки на наибольшей его стороне, неизбежно его деформировав и получив таким образом ошибку при его вычислении.

Для простоты и удобства можно без заметного ущерба для точности откинуть второй член в уравнении (10), т. к. он составляет даже при наиболее крупных стружках не более 1% от первого члена.

В конечном итоге мы получим:

$$q = \frac{R \cdot s_z}{\cos \beta} (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) = \frac{D}{2} \cdot \frac{s_z}{\cos \beta} (\cos \psi_1 - \cos \psi_2),$$

т. е. то, что мы имели и ранее.

Наконец возьмем такой случай, когда $b = \frac{H}{z}$. При этом сум-

марное сечение стружки постоянно во все время работы и может быть получено как частное от деления минутного объема стружки на скорость резания в направлении перпендикулярном передней грани зуба.

По рис. 7 имеем:

При глубине фрезерования t_3 подаче „S“ мм/мин и числе оборотов фрезы „n“ в минуту

$$q_2 + q_3 = \frac{t_3 \cdot s \cdot b}{v \cdot \sin \beta} =$$

$$\frac{t_3 \cdot s \cdot b}{\pi \cdot D \cdot n \cdot \sin \beta} = \text{const.}$$

При глубине фрезерования t_2 на зубе будет сечение стружки

$$q_2 = \frac{t_2 \cdot s \cdot b}{\pi \cdot D \cdot n \cdot \sin \beta} = \text{const.}$$

При глубине фрезерования t_1 на зубе будет сечение стружки

$$q_1 = \frac{t_1 \cdot s \cdot b}{\pi \cdot D \cdot n \cdot \sin \beta} = \text{const.}$$

Если мы возьмем для фрезерования ширину $b_2 < \frac{H}{z}$, то сечение стружки будет уже непостоянно и в данный момент бу-

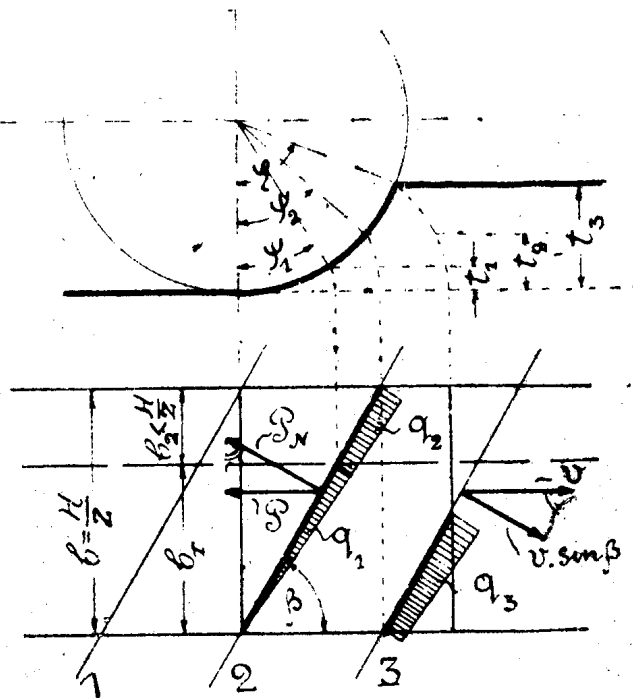


Рис. 7.

$$q_3 - q_2 = \frac{s \cdot b}{\pi \cdot D \cdot n \cdot \sin \beta} \cdot (t_2 - t_1);$$

но:

$$t_2 = \frac{D}{2} (1 - \cos \psi_2);$$

$$t_1 = \frac{D}{2} (1 - \cos \psi_1);$$

$$b = \frac{H}{z} = \frac{\pi \cdot D \cdot \tan \beta}{z};$$

$$\frac{S}{n} = S_n = S_z \cdot Z;$$

при постановке получаем

$$q_2 = \frac{D}{2} \cdot \frac{S_z}{\cos \beta} (\cos \psi_1 - \cos \psi_2).$$

Мы получили и этим способом то же самое выражение для сечения стружки, что нами было выведено ранее.

Таким образом можно считать доказанным, что сечение стружки на зубе спиральной фрезы выражается формулой

$$q = \frac{D}{2} \cdot \frac{S_z}{\cos \beta} (\cos \psi_1 - \cos \psi_2) \dots \dots \dots (8)$$

Выражение же проф. Саввина, выводы проф. Кривоухова и инж. Беспрозванного⁷⁾ страдают грубейшей ошибкой.

В случае одновременной работы „m“ зубов будем иметь общее сечение стружки

$$q = \frac{D}{2} \cdot \frac{S_z}{\cos \beta} \cdot \sum_{i=1}^m (\cos \psi_{i1} - \cos \psi_{i2}) \dots \dots \dots (11)$$

4. Давление резанья на зубе спиральной фрезы.

В дальнейших выводах примем за основу выражение для удельного давления резанья при фрезеровании согласно опытов Salomon, Oxford и Airey:

$$K_s = \lambda_1 \cdot S_c^k.$$

Здесь: λ_1 —постоянная величина, зависящая от рода обрабатываемого материала и профиля резца

S_c —толщина стружки,

k —показатель степени, постоянный для данного обрабатываемого материала.

выражение для дифференциала силы, нормальной к зубу фрезы:

$$dP_N = dq \cdot k_s = dl \cdot S_e \cdot \lambda_1 \cdot S_z^k;$$

$$dP_N = \lambda_1 \cdot S_z^{K+1} \cdot \sin^{K+1} \psi \cdot \frac{D}{2 \cdot \cos \beta} \cdot d\psi.$$

$$P_N = \frac{D}{2} \cdot \frac{\lambda_1}{\cos \beta} \cdot S_z^{K+1} \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin^{K+1} \psi \cdot d\psi.$$

Окружная сила, действующая в плоскости, перпендикулярной фрезе, т. е. в плоскости крутящего момента будет (см. рис. 1):

$$P = P_N \cdot \sin \beta;$$

$$P = \frac{D}{2} \cdot \lambda_1 \cdot \operatorname{tng} \beta \cdot S_z^{K+1} \cdot \int_{\psi_1}^{\psi_2} \sin^{K+1} \psi \cdot d\psi.$$

Для разрешения этого интеграла сделаем подстановку:

$$\sin \psi = 2 \sqrt{x - x^2};$$

$$\sin^2 \left(\frac{\psi}{2} \right) = x;$$

$$d\psi = \frac{dx}{\sqrt{x - x^2}}$$

тогда:

$$P = \frac{D}{2} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{K+1} \cdot \operatorname{tng} \beta \int_{\psi_1}^{\psi_2} (x - x^2)^{\frac{K}{2}} \cdot dx.$$

Разлагая подинтегральное выражение в ряд Мак-Лорена, интегрируя и произведя обратную подстановку, получим:

$$P = \frac{D}{2} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{K+1} \cdot \operatorname{tng} \beta \cdot 2^{K+1} \cdot \left[\frac{2}{k+2} \cdot \sin^{K+2} \left(\frac{\psi}{2} \right) - \right.$$

$$- \frac{2}{k+4} \cdot \frac{k}{2} \cdot \sin^{K+4} \left(\frac{\psi}{2} \right) + \frac{2}{k+6} \cdot \frac{k}{2} \cdot \frac{k-2}{2 \cdot 2} \cdot \sin^{K+6} \left(\frac{\psi}{2} \right) -$$

$$\left. - \frac{2}{k+8} \cdot \frac{k}{2} \cdot \frac{k-2}{2 \cdot 2} \cdot \frac{k-4}{2 \cdot 3} \cdot \sin^{K+8} \left(\frac{\psi}{2} \right) + \dots \right]_{\psi_1}^{\psi_2}.$$

Если мы простоты ради откинем все члены, начиная со второго, то так как ряд знакопеременный, ошибка, полученная при этом будет меньше первого откинутого члена. При употребительных значениях угла ψ при фрезеровании, не превышающих 60° и при $k = -0,28$ (по опытам Salomon), относительная ошибка при этом не будет превышать 1%.

Окончательно получим выражение для окружной силы на зубе фрезы

$$P = D \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1}}{k+2} \left[\operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi_2}{2} \right) - \operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi_1}{2} \right) \right] \quad (12)$$

Здесь по предыдущему:

S_z —подача на 1 зуб в мм,

D —диаметр фрезы в мм,

β —угол подъема спирали в градусах,

ψ_1 и ψ_2 —углы определяющие мгновенное положение части зуба, находящейся под стружкой.

В случае, если под стружкой будет находиться одновременно „ m “ зубцов

$$\sum_1^m P = D \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1}}{k+2} \sum_1^m \left[\operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi_2}{2} \right) - \operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi_1}{2} \right) \right] \quad (13)$$

5. Крутящий момент на фрезе.

Выражение для крутящего момента в данный момент получим, если силу определяемую уравнением (12) помножим на радиус фрезы:

$$M = P \cdot \frac{D}{2} = D^2 \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^k}{k+2} \left[\operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi_2}{2} \right) - \operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi_1}{2} \right) \right] \quad (14)$$

6. Работа и мощность потребляемая спиральной фрезой.

При работе зуба фрезы в пределах угла φ могут быть два случая:

первый случай, когда $\frac{D}{2} \varphi \leq \frac{b}{\operatorname{tg} \beta}$ (см. рис. 8)

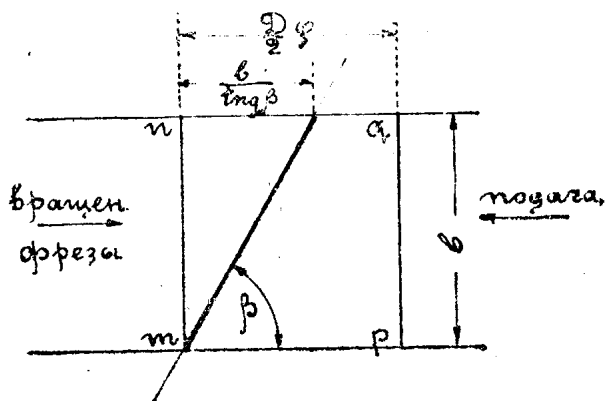


Рис. 8.

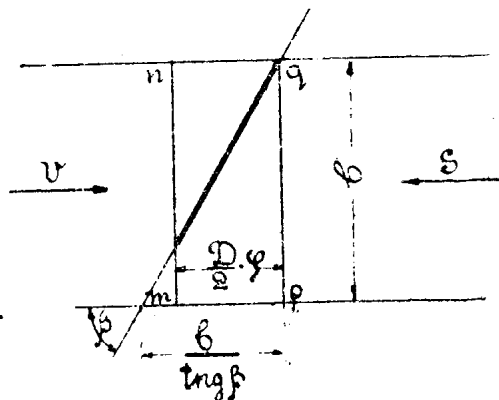


Рис. 9.

и второй случай, когда $\frac{D}{2} \varphi < \frac{b}{\operatorname{tg} \beta}$ (см. рис. 9).

Первый случай обладает наибольшей общностью, т. к. во втором случае разбив всю ширину „ b “ на „ m “ частей мы можем перейти к первому случаю, в приложении к которому и будем вести дальнейшие выводы*).

Найдем работу одного зуба фрезы за один оборот, т. е. в пределах угла контакта φ . Для этого разобьем всю работу зуба в пределах угла φ на три периода.

1. Работа зуба в пределах угла „ α “: при этом работающая длина зуба возрастает от нуля до „ l “. Зуб входит под стружку.

2. Работа зуба в пределах угла $(\varphi - \alpha)$, причем работающая длина зуба остается постоянной равной „ l “.

3. Работа зуба в пределах угла $(\varphi + \alpha) - \varphi$, причем зуб выходит из под стружки и работающая длина его падает от „ l “ до нуля (см. рис. 10)

Работа зуба за один оборот будет равна сумме работ за эти три периода, отделенные на рис. 10 пунктирными прямыми.

Прямые 1, 2, 3 означают мгновенные положения зуба, определяемые текущими углами $\psi^I, \psi^{II}, \psi^{III}$ в трех соответствующих пределах работы.

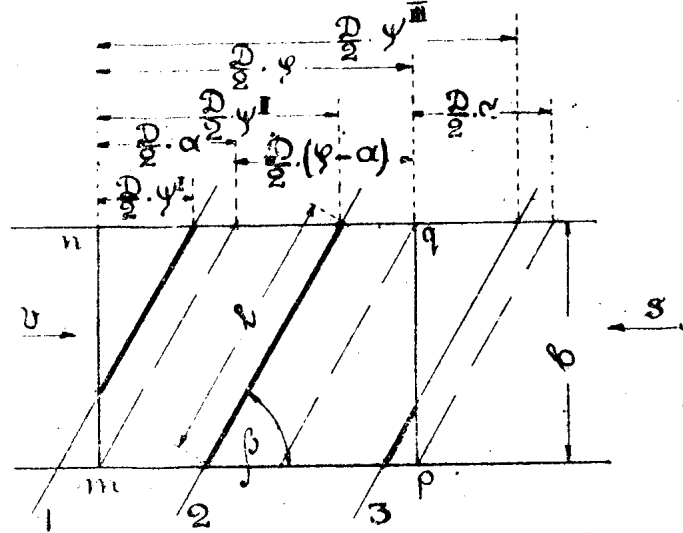


Рис. 10.

Первый период:

$$P = \frac{D}{2} \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \int_0^{\psi^I} \sin^{k+1} \psi \cdot d\psi;$$

$$P = \frac{D}{2} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1} \cdot 2}{k+2} \cdot \sin^{k+2} \left(\frac{\psi^I}{2} \right);$$

$$dA_z^I = P \cdot \frac{D}{2} \cdot d\psi^I.$$

*) Случай предельный для двух указанных, - когда $\frac{D}{2} \varphi = \frac{b}{\operatorname{tg} \beta}$, также приводится к первому.

Работа зуба за первый период будет:

$$A_z^I = \frac{D^2}{4} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1} \cdot 2}{k+2} \cdot \int_0^{\alpha} \operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi^I}{2} \right) \cdot d\psi^I.$$

Второй период:

$$P = \frac{D}{2} \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \int_{\psi^{II}-\alpha}^{\psi^{II}} \operatorname{Sin}^{k+1} \psi \cdot d\psi;$$

$$P = \frac{D}{2} \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1} \cdot 2}{k+2} \cdot \left[\operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi^{II}}{2} \right) - \operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi^{II}-\alpha}{2} \right) \right]$$

$$A_z^{II} = \frac{D}{4} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1} \cdot 2}{k+2} \cdot \left[\int_{\alpha}^{\varphi} \operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi^{II}}{2} \right) d\psi^{II} - \int_{\alpha}^{\varphi} \operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi^{II}-\alpha}{2} \right) d\psi^{II} \right].$$

Третий период:

$$P = \frac{D}{2} \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \int_{\psi^{III}-\alpha}^{\varphi} \operatorname{Sin}^{k+1} \psi \cdot d\psi;$$

$$P = \frac{D}{2} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1} \cdot 2}{k+2} \cdot \left[\operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\varphi}{2} \right) - \operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi^{III}-\alpha}{2} \right) \right];$$

$$A_z^{III} = \frac{D^2}{4} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1} \cdot 2}{k+2} \cdot \left[\int_{\varphi}^{\varphi+\alpha} \operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\varphi}{2} \right) d\psi^{III} - \int_{\varphi}^{\varphi+\alpha} \operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi^{III}-\alpha}{2} \right) \cdot d\psi^{III} \right].$$

Работа зуба за один оборот будет:

$$A_z = \frac{D^2}{4} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1} \cdot 2}{k+2} \cdot \left[\int_0^{\alpha} \operatorname{Sin}^{k+2} \left(\frac{\psi^I}{2} \right) \cdot d\psi^I + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{\alpha}^{\varphi} \sin^{k+2} \left(\frac{\psi_{II}}{2} \right) \cdot d\psi_{II} - \int_{\alpha}^{\varphi} \sin^{k+2} \left(\frac{\psi_{II} - \alpha}{2} \right) \cdot d\psi_{II} + \int_{\varphi}^{\varphi + \alpha} \sin^{k+2} \left(\frac{\varphi}{2} \right) \cdot d\psi_{III} - \\
& - \int_{\varphi}^{\varphi + \alpha} \sin^{k+2} \left(\frac{\psi_{III} - \alpha}{2} \right) \cdot d\psi_{III} \Big].
\end{aligned}$$

Но и в этом уравнении:

$$\begin{aligned}
& \left[F \left(\frac{\psi_I}{2} \right) \right]_{\alpha}^{\varphi} + \left[F \left(\frac{\psi_{II}}{2} \right) \right]_{\alpha}^{\varphi} - \left[F \left(\frac{\psi_{II} - \alpha}{2} \right) \right]_{\alpha}^{\varphi} - \left[F \left(\frac{\psi_{III} - \alpha}{2} \right) \right]_{\varphi}^{\varphi + \alpha} = \\
& = F \left(\frac{\alpha}{2} \right) - F \left(\frac{0}{2} \right) + F \left(\frac{\varphi}{2} \right) - F \left(\frac{\alpha}{2} \right) - F \left(\frac{\varphi - \alpha}{2} \right) + \\
& + F \left(\frac{0}{2} \right) - F \left(\frac{\varphi}{2} \right) + F \left(\frac{\varphi - \alpha}{2} \right) = 0.
\end{aligned}$$

А потому:

$$A_z = \frac{D^2}{4} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1} \cdot 2}{k+2} \cdot \int_{\varphi}^{\varphi + \alpha} \sin^{k+2} \left(\frac{\varphi}{2} \right) \cdot d\psi_{III}.$$

Здесь $\sin^{k+2} \left(\frac{\varphi}{2} \right)$ может быть вынесено из под знака интеграла, как величина постоянная (угол контакта при данных условиях работы величина постоянная) и потому будем иметь:

$$A_z = \frac{D^2}{4} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1} \cdot 2}{k+2} \cdot \sin^{k+2} \left(\frac{\varphi}{2} \right) \cdot \alpha.$$

Из рис. 10 видно, что:

$$\frac{D}{2} \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = b,$$

то-есть:

$$A_z = \frac{D}{2} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \frac{2^{k+1}}{k+2} \cdot \sin^{k+2} \left(\frac{\varphi}{2} \right) \cdot b \quad \dots \dots \dots (15)$$

К этому же результату мы можем прийти более наглядным способом (см. рис. 11).

Каждому мгновенному положению зуба в пределах „*nmr*“, мы всегда можем найти такое единственное мгновенное положение того-же зуба в пределах „*mrst*“, которое даст как бы продолжение сечения стружки по форме его, и точно также можем найти дальнейшее положение зуба в пределах „*stuy*“ и т. д. как бы далее дополняющее сечение стружки на зубе.

Суммируя сечение в таких, как бы сопряженных мгновенных положениях зуба будем иметь условное сечение стружки:

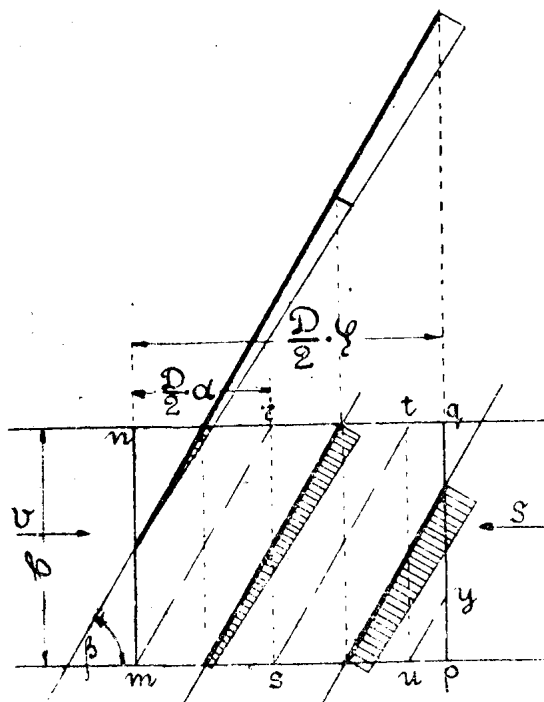


Рис. 11.

$$q_{усл.} = \frac{D}{2} \cdot \frac{S_z}{\cos \beta} \cdot (\cos 0^\circ - \cos \varphi);$$

$$q_{усл.} = \frac{D}{2} \cdot \frac{S_z}{\cos \beta} \cdot (1 - \cos \varphi).$$

Это условное сечение стружки и будет постоянно по величине и форме.

Давление резанья, соответствующее этому условному сечению стружки будет также постоянно и равно:

$$P_{усл.} = \frac{D}{2} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \frac{2^{k+2} \cdot 2}{k+2} \cdot \sin^{k+2} \left(\frac{\varphi}{2} \right) \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

Нетрудно понять, что работа одного зуба с действительной переменной силой на протяжении угла φ (т. е. за 1 оборот) будет равна работе условной силы „ $P_{усл.}$ “ на протяжении угла α , причем

$$\alpha = \frac{b}{\frac{D}{2} \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

откуда:

$$A_z = P_{усл.} \cdot \frac{D}{2} \cdot \alpha = \frac{D}{2} \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{2^{k+1} \cdot 2}{k+2} \cdot \sin^{k+2} \left(\frac{\varphi}{2} \right) \cdot \frac{D}{2} \cdot \alpha$$

или:

$$A_z = D \cdot \lambda_1 \cdot S_z^{k+1} \cdot \frac{2^{k+1}}{k+2} \cdot \sin^{k+2} \left(\frac{\varphi}{2} \right) \cdot b,$$

т. е. мы получим уравнение (15).

Так как

$$\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \sqrt{\frac{t}{D}},$$

где t —глубина фрезерования в мм,
 D —диаметр фрезы

то:

$$A_z = \frac{2^{k+1}}{k+2} \cdot \lambda_1 \cdot b \cdot t^{\frac{k+2}{2}} \cdot S_z^{k+1} \cdot D^{-\frac{k}{2}}.$$

Работа всех зубьев фрезы за один оборот будет:

$$A_n = z \cdot A_z.$$

Кроме того:

$$S_z = \frac{S_n}{z}.$$

При подстановке получаем уравнение для работы фрезы за один оборот:

$$A_n = \frac{2^{k+1}}{k+2} \lambda_1 \cdot b \cdot t^{\frac{k+2}{2}} \cdot S_n^{k+1} \cdot z^{-k} \cdot D^{-\frac{k}{2}}.$$

Переходя к затрате мощности получим в лошадиных силах:

$$N = \frac{2^{k+1}}{k+2} \cdot \frac{n}{1000 \cdot 60 \cdot 75} \cdot \lambda_1 \cdot b \cdot t^{\frac{k+2}{2}} \cdot S_n^{k+1} \cdot z^{-k} \cdot D^{-\frac{k}{2}}$$

или так-как:

$$S_n = \frac{S}{n}$$

где S —подача в миллиметрах в минуту будем иметь:

$$N = \frac{2^{k+1}}{k+2} \cdot \frac{n^{-k}}{1000 \cdot 60 \cdot 75} \cdot \lambda_1 \cdot b \cdot t^{\frac{k+2}{2}} \cdot S^{k+1} \cdot z^{-k} \cdot D^{-\frac{k}{2}} \quad (17)$$

Таким образом учтя процесс работы фрезы со спиральным (винтовым) зубом, мы получили выражение для затраты мощности, в котором отобразено влияние всех факторов работы фрезерования:

n —число оборотов фрезы в минуту,

b —ширина фрезерования в мм,

t —глубина

S —подача в мм в минуту,

D —диаметр фрезы в мм,

λ_1 — фактор качества обрабатываемого материала и профиля зуба.

Мы видим, что мощность потребляемая фрезой совершенно не зависит от угла подъема спирали „ β “.

Результаты опытов Beskh говорят об увеличении затраты энергии при увеличении угла подъема спирали, опыты Орга-Металла⁸⁾ утверждают совершенно противоположное, опыты Bahleske говорят об отсутствии влияния угла подъема спирали на расход мощности.

По нашему мнению, как мы уже указывали, нахождение зависимости для затраты энергии при фрезеровании чисто экспериментальным путем, без соответствующих теоретических выводов, дающих общую связь и влияние отдельных факторов работы на расход мощности, в силу сложности процесса не давало бы гарантии от грубых ошибок, которыми и страдают упомянутые экспериментальные работы.

В дальнейшем предполагаем предпринять ряд опытов, в результате которых можно будет определить значение коэффициентов и показателей степени в уравнении (17), а также проверить правильность выражения для удельного давления резанья при фрезеровании ($k_s = \lambda_1 \cdot S_e^k$), положенного нами в основу наших выводов.

Если мы сравним полученное нами уравнение (17) затраты мощности при работе фрезы со спиральным зубом, с уравнением (1), которое дал Salomon для прямозубой фрезы, то увидим, что мы получили тоже самое уравнение, что дает равенство работ обеих фрез, и указывает на отсутствие влияния угла подъема спирали „ β “ на расход мощности при фрезеровании.

Полагая, что работа Salomon дала правильные показатели и коэффициенты в уравнении (2), можно этим уравнением и номограммой на нем построенной пользоваться для случая работы фрезы со спиральным зубом.

В уравнении (2) Salomon дает:

$$k = -0,28$$

т. к. „ k “ отрицательная величина.

Обозначим

$$-k = x$$

тогда будем иметь более удобный вид уравнения

$$N = \frac{\lambda_1}{2^{x-1} \cdot (2-x) \cdot 1000 \cdot 4500} \cdot n^x \cdot b \cdot t^{1-\frac{x}{2}} \cdot S^{1-x} \cdot z^x \cdot D^{\frac{x}{2}} \dots (18)$$

Так-как „ x “ положительное дробное число, то нетрудно сделать заключение, что для повышения производительности выгодно увеличивать в первую очередь подачу „ S “, затем глубину „ t “.

При этом расход мощности растет медленнее производительности, т. е, удельный расход мощности уменьшается.

Напротив, увеличение числа оборотов фрезы „ n “ числа зубцов „ z “ и диаметра „ D “, не повышая производительности, увеличивают удельный расход мощности.

Сделанный нами вывод о равенстве работ прямозубой фрезы и фрезы со спиральным зубом, отнюдь не противоречит современной тенденции введения в работу фрез с малым углом подъема спирали (40° — 50°), в силу выясненного нами ранее положения в отношении более спокойного режима работы фрезы со спиральным зубом.

Заключение.

На основе разработанной нами теории работы фрезы со спиральным зубом можно сделать следующее заключение:

1. Расход мощности при работе фрезы не зависит от угла подъема спирали зуба.

2. Результаты опытов Вескх, Вахлеске и Орга-Металла страдают несомненными, скрытыми в эксперименте, ошибками.

3. Теория проф. Саввина, построенная на неправильно выведенном выражении для сечения стружки, не выдерживает никакой критики и не может применяться при разрешении вопросов связанных с работой спиральной фрезы.

4. Сечение стружки на спиральном зубе фрезы определяется уравнением (8).

5. Окружное усилие на спиральном зубе фрезы определяется уравнением (12).

6. Мощность потребная при работе фрезы со спиральным зубом определяется уравнением (18).

7. Фрезе со спиральным зубом можно задать такие условия работы, при которых суммарное на всех, одновременно участвующих в работе, зубьях сечение и окружное усилие будут оставаться постоянными и работа будет происходить в совершенно спокойном и исключительно выгодных для инструмента и станка условиях.

г. Томск.

Лаборатория резания металлов Сибирского
Механико-Машиностроительного Института.

Июнь 1932 года.

Литература, на которую имеются в статье ссылки:

1. Fischer. Die Werkzeugmaschine. S—16. 1900.
2. Salomon. Zur Theorie des Fräsvorganges. Z. d. V. D. J. 1928. № 15.
3. Salomon. Loewe-Notizew, Bd. 13 (1928)
— Хаймович и Берман. Методы графических расчетов в машиностроении и технологии.
4. Beckh. Maschinenbau. 1926 № 11.
5. Bahleke. Maschinenbau. 1930. № 13.
6. Sawin. Mechanical Engineering. 1926
Genie Civil. 1925. Page 127.
7. Sawin. Mechanical Engineering. 1926
Genie Civil. 1925.
— Кривоухов. Обработка металлов резанием 1931 г. стр. 244—262
— Беспрозванный. Орга-Информация 1930 г. № 3. Определение усилий и расхода энергии при фрезеровании.
8. Орга-Информация. 1929 г. № 8. Влияние конструкции фрезеров на расход энергии.