

УДК 514.85

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ НОВОГО ВИДА ЗАЦЕПЛЕНИЯ КОЛЁС С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ЗУБЬЯМИ

Н.Р. Щербakov

Томский государственный университет

E-mail: nrs@math.tsu.ru

Рассмотрена оптимизация геометрических параметров нового вида зацепления колес с криволинейными зубьями, а именно эксцентриково-циклоидального. Зацепление образовано винтовыми зубьями, причем меньшее колесо имеет один зуб, профиль которого в торцовом сечении представляет собой эксцентрично смещенную окружность. Профиль зуба большего колеса в торцовом сечении представляет собой циклоидальную кривую. Показано, что КПД и контактные напряжения зависят от эксцентриситета и диаметра окружности профиля меньшего колеса. Дан алгоритм расчета оптимальных значений этих параметров для достижения наивысшего КПД при предельно допустимых контактных напряжениях.

### Ключевые слова:

Математическое моделирование, эксцентриково-циклоидальное зацепление, оптимизация.

В [1] построена математическая модель работы редуктора, использующего новый вид зацепления рабочих колёс [2], одно из которых представляет собой винтовую эксцентрик, а профиль другого построен на базе циклоидальной кривой. Такое зацепление обладает повышенными силовыми характеристиками и позволяет получать высокие передаточные отношения в одной ступени.

Рассмотрим геометрические параметры зацепления, изменением которых можно было бы оптимизировать зацепление по КПД, а также по максимально допустимым значениям контактных напряжений. Поскольку малое колесо (винтовой эксцентрик) в зацеплении имеет один зуб ( $z_1=1$ ), то передаточное отношение зацепления определяется только числом зубьев большего колеса  $z_2$ . При проектировании редукторов передаточное отношение обычно является заданной величиной, следовательно, для нашего зацепления варьировать число зубьев большего колеса мы не можем. Вторым заданным параметром редуктора является его номинальный крутящий момент, характеризующий нагрузочную способность передачи. Величина крутящего момента определяется габаритами передачи. Поэтому второй постоянной величиной в нашем случае мы выбрали межцентровое расстояние колес  $a$ . Таким образом, в качестве изменяемых для оптимизации параметров были выбраны диаметр окружности  $d$  в поперечном сечении однозубого колеса и эксцентриситет  $\varepsilon$  смещения этой окружности от оси вращения колеса.

С помощью рабочей программы была найдена матрица средних значений КПД (сетка узлов) при различных величинах  $\varepsilon$  и  $d$  для  $a = 70$  мм и  $z_2 = 10$ . Для получения численных значений КПД выбрали коэффициент трения скольжения равным 0,05.

Далее, выполняя в MathCad интерполяцию кубическими сплайн-функциями двух переменных ( $\varepsilon$ ,  $d$ ) проводим через сетку узлов поверхность, составленную из кубических полиномов от переменных  $\varepsilon$ ,  $d$  так, что первые и вторые частные производные являются непрерывными в каждом узле сет-

ки. Эта поверхность представляет собой график явного заданной функции двух аргументов  $\varepsilon$ ,  $d$  (рис. 1).

Таблица 1. Значения КПД для различных эксцентриситетов и диаметров

диаметр/ эксцентри- ситет	13,7 мм	14,3 мм	14,9 мм	15,5 мм	16,1 мм	16,7 мм	17,3 мм
3,0 мм	96,39	96,339	96,317	96,142	95,874	95,511	95,053
3,5 мм	96,308	96,371	96,359	96,275	96,118	95,889	95,586
4,0 мм	96,169	96,298	96,338	96,317	96,237	96,097	95,898
4,5 мм	96,05	96,187	96,269	96,297	96,273	96,198	96,072
5,0 мм	95,868	96,039	96,158	96,227	96,249	96,224	96,155
5,5 мм	95,644	95,852	96,007	96,112	96,173	96,19	96,166
6,0 мм	95,369	95,618	95,809	95,95	96,045	96,098	96,112

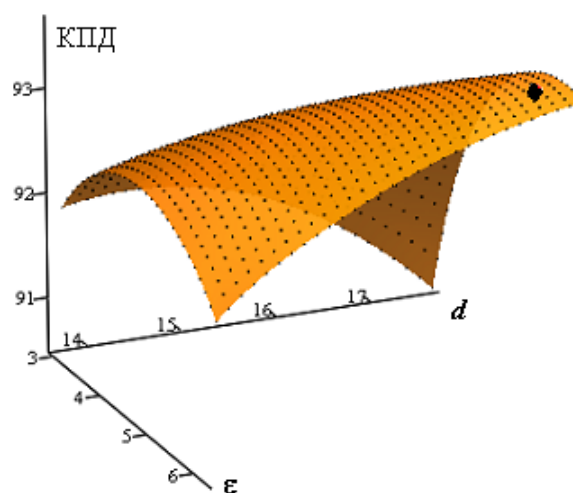


Рис. 1. Значения КПД как график функции двух аргументов

Наибольшее значение КПД находится стандартными средствами MathCad как максимум значений этой функции на выбранных участках значений  $\varepsilon$ ,  $d$ . Одновременно определяются и значения аргументов, при которых достигается этот максимум:

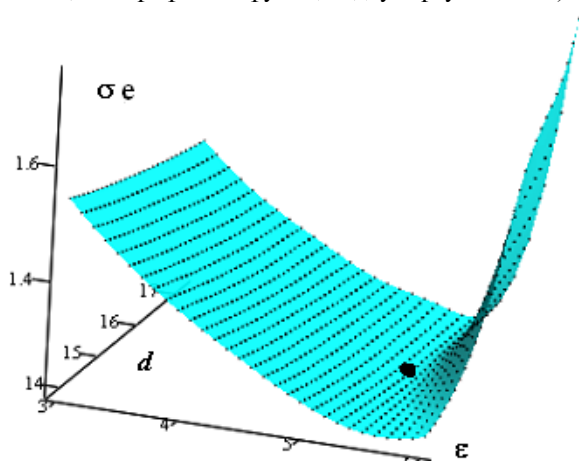
$$\text{КПД}_{\text{макс}} = 96,34 \% \text{ при } \varepsilon = 4 \text{ мм, } d = 15 \text{ мм.}$$

**Таблица 2.** Значения контактных напряжений для различных эксцентриситетов и диаметров

диаметр/ эксцентриситет	13,7 мм	14,3 мм	14,9 мм	15,5 мм	16,1 мм	16,7 мм	17,3 мм
3,0 мм	1,568.10 <sup>6</sup>	1,546.10 <sup>6</sup>	1,526.10 <sup>6</sup>	1,507.10 <sup>6</sup>	1,489.10 <sup>6</sup>	1,473.10 <sup>6</sup>	1,458.10 <sup>6</sup>
3,5 мм	1,48.10 <sup>6</sup>	1,461.10 <sup>6</sup>	1,444.10 <sup>6</sup>	1,429.10 <sup>6</sup>	1,415.10 <sup>6</sup>	1,402.10 <sup>6</sup>	1,39.10 <sup>6</sup>
4,0 мм	1,409.10 <sup>6</sup>	1,394.10 <sup>6</sup>	1,38.10 <sup>6</sup>	1,367.10 <sup>6</sup>	1,356.10 <sup>6</sup>	1,345.10 <sup>6</sup>	1,336.10 <sup>6</sup>
4,5 мм	1,347.10 <sup>6</sup>	1,335.10 <sup>6</sup>	1,324.10 <sup>6</sup>	1,314.10 <sup>6</sup>	1,306.10 <sup>6</sup>	1,298.10 <sup>6</sup>	1,292.10 <sup>6</sup>
5,0 мм	1,294.10 <sup>6</sup>	1,29.10 <sup>6</sup>	1,287.10 <sup>6</sup>	1,284.10 <sup>6</sup>	1,284.10 <sup>6</sup>	1,284.10 <sup>6</sup>	1,285.10 <sup>6</sup>
5,5 мм	1,268.10 <sup>6</sup>	1,267.10 <sup>6</sup>	1,268.10 <sup>6</sup>	1,313.10 <sup>6</sup>	1,325.10 <sup>6</sup>	1,34.10 <sup>6</sup>	1,358.10 <sup>6</sup>
6,0 мм	1,238.10 <sup>6</sup>	1,377.10 <sup>6</sup>	1,402.10 <sup>6</sup>	1,529.10 <sup>6</sup>	2,074.10 <sup>6</sup>	2,311.10 <sup>6</sup>	2,682.10 <sup>6</sup>

Для этих же значений  $\varepsilon$ ,  $d$  находится матрица средних значений максимальных контактных напряжений  $\sigma_e$  при углах поворота винтового эксцентрика от 0 до 180° при заданном размере ширины колёс  $L = 30$  мм, и при входном крутящем моменте  $M_{вх} = 50$  Нм.

С помощью интерполяции строится поверхность (рис. 2), проходящая через узлы сетки, являющаяся графиком функции двух аргументов  $\varepsilon$ ,  $d$ .



**Рис. 2.** Значения контактных напряжений как график функции двух аргументов

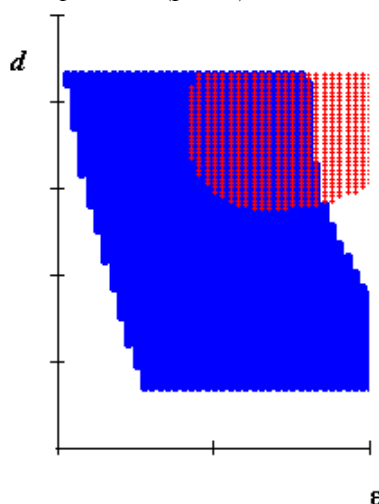
Минимальное значение этой функции –  $\sigma_{e-мин} = 1,2 \cdot 10^6$  кг·м<sup>-1</sup>·с<sup>-2</sup> при  $\varepsilon = 5,4$  мм,  $d = 14,6$  мм.

Следует отметить, что максимальный КПД и минимальные значения контактных напряжений достигаются при разных значениях параметров  $\varepsilon$ ,  $d$ . Для нахождения оптимальных значений  $\varepsilon$ ,  $d$ , позволяющих получить необходимые КПД и среднее значение максимально допустимых контактных напряжений  $\sigma_e$ , создана специальная программа. Сначала вводятся величины, равные желаемому КПД ( $min\kappa pd$ ) и желаемому контактному напряжению ( $max\sigma_e$ ) и проводятся плоскости  $z = min\kappa pd$  и  $z = max\sigma_e$ . Затем на поверхностях, изображённых на рис. 1 и рис. 2 оставляются только те точки, которые лежат выше (для рис. 1) и ниже (для рис. 2) этих плоскостей. Оставшиеся части поверхностей проектируются на плоскость аргументов  $\varepsilon$ ,  $d$  (рис. 3) и определяется граница пересечения этих проекций.

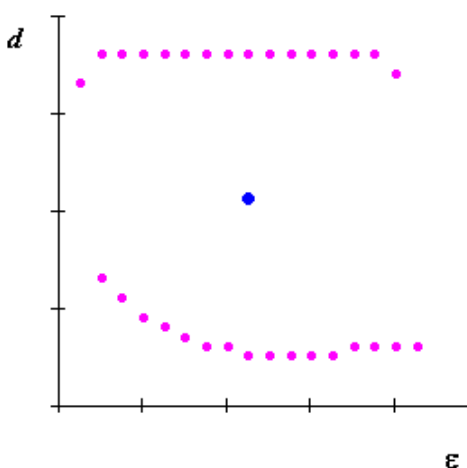
Оптимальные значения  $\varepsilon$ ,  $d$  находятся как вектор  $Optim(\varepsilon, d)$  по формуле:

$$Optim(\varepsilon, d) = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q r_i,$$

где  $r_i$  – радиус-вектора  $q$  точек границы общей части проекций (рис. 4).



**Рис. 3.** Проектирование аргументов на плоскость аргументов



**Рис. 4.** Точка оптимальных значений

Таким образом, при  $\varepsilon = 4,9$  мм, а  $d = 16,23$  мм получаем при прочих равных условиях наибольший КПД = 96,25 % при контактных напряжениях, не превышающих  $\sigma_e = 1,3 \cdot 10^6$  кг·м<sup>-1</sup>·с<sup>-2</sup>.

Программа и метод расчета могут быть использованы и для других значений  $z_2$ ,  $a$ ,  $L$ ,  $M_{вх}$ . Выбор другого коэффициента трения изменит только абсолютное значение КПД, не изменяя оптимальных значений геометрических параметров, при которых достигается этот КПД.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Бубенчиков А.М., Шербаков Н.Р. Математическое моделирование динамики нового вида зацепления в передаточных механизмах // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – № 5. – С. 241–243.
2. Пат. 2338105 РФ. МПК<sup>8</sup> F16H 55/08. Зацепление колес с криволинейными зубьями (варианты) и планетарная передача на его основе / В.В. Становской, С.М. Казакивичюс, Т.А. Ремнёва,

В.М. Кузнецов. Заявлено 09.07.2007; опубликовано 10.11.2008, Бюл. № 31.

*Поступила 24.02.2009.*

*Печатается в авторской редакции без учета мнений рецензентов*

УДК 514.85

**КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ  
ЗУБЧАТОЙ РЕЕЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ С ЗАЦЕПЛЕНИЕМ НОВОГО ВИДА**

Н.Р. Щербаков

Томский государственный университет  
E-mail: nrs@math.tsu.ru

*Построена математическая модель работы реечной передачи, преобразующей вращательное движение в поступательное и использующей эксцентриково-циклоидальное зацепление. Механизм состоит из червячного элемента, выполняющего роль генератора, и выходной детали (рейки), построенной на базе циклоиды. Предложенный новый вид зацепления обладает повышенными силовыми характеристиками и позволяет получать не высокие скорости перемещения рейки. Создана компьютерная программа, иллюстрирующая кинематически согласованное движение идеальных геометрических фигур – торцевых сечений работающего механизма и позволяющая находить необходимые для конструирования числовые характеристики, а так же находить оптимальные режимы функционирования рассматриваемых систем.*

**Ключевые слова:**

*Математическое моделирование, реечное зацепление, оптимизация.*

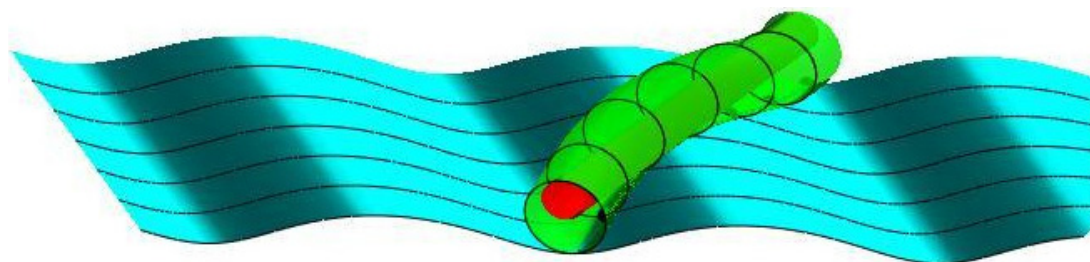
**Введение**

Рассматриваемый передаточный механизм относится к зубчатым кинематическим парам, а более конкретно, к реечным передачам, преобразующим вращательное движение в поступательное и наоборот. Известные реечные передачи – цилиндрические, [1. С.381] червячные и др. имеют либо недостаточную нагрузочную способность, либо низкий КПД. Предлагаемый механизм имеет повышенную нагрузочную способность зацепления при тех же габаритах, а также возможность получения не высоких скоростей перемещения рейки независимо от габаритов вращающегося колеса (а зависящих только от углового шага рейки). Устройство может быть использовано вместо обычных реечных механизмов в линейных приводах станков, в устройствах рулевого управления автомобилей, а также в грузоподъемной технике (реечные домкраты и т. п.).

**Геометрическая модель механизма**

На рис. 1 изображён фрагмент реечной передачи в районе зацепления её составных элементов.

Передача состоит из колеса – винтового эксцентрика и зубчатой рейки. Идеальная поверхность винтового эксцентрика получается как геометрическое место точек окружности, центр которой перемещается по винтовой линии вокруг оси вращения колеса. Следовательно, в каждом сечении винтового эксцентрика, перпендикулярном его оси вращения, мы имеем окружность радиуса  $\rho$ , центр которой смещён относительно оси на эксцентриситет  $\varepsilon$ . В таком же сечении рейки получается эквидистанта трохоиды [2] (укороченной циклоиды), удалённая по нормальям к трохоиде на величину  $\rho$ . Таким образом, поверхность рейки получается смещением такой эквидистанты вдоль оси эксцентрика с одновременным смещением её в на-



**Рис. 1.** Фрагмент реечной передачи в районе зацепления