

- trasonic treatment]. *The Physics of Metals and Metallography*, 2013, vol. 114, no. 1, pp. 47–60.
18. Klimenov V.A., Kovalevskaya Zh.G., Perevalova O.B. Vliyanie ultrazvukovoy obrabotki poverkhnosti stali 40H13 na mikrostrukturu azotirovannogo sloya, sformirovannogo pri vysokointensivnoy nizkoenergeticheskoy implantatsii ionami azota [Effect of ultrasonic treatment of steel 40X13 surface on microstructure of the nitrided layer formed at high-intensity low-energy nitrogen ion implantation]. *The Physics of Metals and Metallography*, 2006, vol. 102, no. 6, pp. 621–629.
  19. Mazanko V.F., Bogdanov E.I., Mordyuk B.N. Osobennosti strukturnykh izmeneniy i diffuzionnogo pereraspredeleniya atomov v stali 20 pri ultrazvukovoy obrabotke [Features of structural changes and diffusion redistribution of atoms in the steel 20 by ultrasonic treatment]. *Physics of Metals and Advanced Technologies*, 2007, no. 3, pp. 305–315.
  20. Apasov A.M., Apasov A.A., Kozlov E.V. Razrushenie nitrotsementovannoy stali [Destruction of carbonitrided steel]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2013, vol. 323, no. 2, pp. 72–76.
  21. Belous V.A., Nosov G.I. Ionnoe azotirovanie staley v dugovom razryade nizkogo davleniya [Steel ion nitriding in low-pressure arc discharge]. *Tekhnologiya mashinostroeniya – Engineering Technology*, 2004, no. 3, pp. 35–39.
  22. Lakhtin Yu.M., Kogan Ya.D. Vnutrennee azotirovanie metallov i splavov [Internal nitriding of metals and alloys]. *Metal Science and Heat Treatment*, 1974, no. 3, pp. 20–28.

УДК 539.25

## НОВЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН В СРЕДАХ КЛИНОВИДНОЙ ФОРМЫ

Толипов Хорис Борисович,

канд. техн. наук, доцент кафедры общей и экспериментальной физики Южноуральского государственного университета, Россия, 454080, г. Челябинск, проспект Ленина, 76. E-mail: thb@susu.ac.ru

*Исследования распространения волн в упругой клиновидной пластине выявили вблизи ребра новые акустические эффекты, неизвестные в технической литературе. При движении поверхностной волны в этой области происходит непрерывная перестройка акустического поля и излучение объемных волн. С приближением к ребру скорость поверхностной волны падает до нуля, но в обратном направлении волна набирает скорость. Все это свидетельствует о новом физическом явлении: обратная волна в клиновидной пластине возникает не за счет отражения от ребра в классическом понимании, а вследствие сжатия волнового потока. Возникающая при наложении падающих и обратных колебаний стоячая неоднородная волна формируется из возмущений малой амплитуды. Вдоль ребра клина возникает волновое движение оригинальной физической природы.*

### Ключевые слова:

Неоднородная волна, интерференция, клиновидная пластина, волновое поле, теория упругости.

### Введение

Как показали исследования [1–3], движение поверхностной волны в клиновидной пластине сопровождается принципиально новыми эффектами. Так, например, при движении волны Рэлея в некоторой малой области, прилегающей к ребру, имеет место потеря ее устойчивости (стационарности). При этом возникает особый тип поверхностной волны, сопровождающийся в ходе движения непрерывной перестройкой акустического поля и излучением объемных волн.

Причина этого феномена кроется в том, что при движении поверхностной волны изменяются условия распространения: смещения частиц среды в какой-то момент времени начинают достигать противоположной грани клина, ведущей к расщеплению движущейся волны на независимые поверхностную и объемную компоненты. Энергия поверхностной волны в ходе движения начинает уменьшаться, т. к. объемные волны, непрерывно оттекающие с поверхности вглубь среды, уносят с собой часть энергии. Эти эффекты в конечном итоге приводят к расщеплению волны

Рэлея на независимые симметричную и антисимметричную моды. Исследование поверхностной волны в клиновидной пластине состояло из двух этапов. Вначале рассматривалась эволюция поверхностной волны, движущейся перпендикулярно ребру клина [2–6], а затем движение волны вдоль ребра [7].

### Решение первой задачи

Система уравнений волновой динамики обычно выводится из закона сохранения энергии без учета процессов диссипации. При распространении малых возмущений в клиновидной пластине энергия движущейся поверхностной волны не остается постоянной, а монотонно уменьшается за счет непрерывного оттока в объемные волны.

В рамках плосковолновой модели был рассмотрен подход, позволяющий приближенно оценить эволюцию движущейся поверхностной волны. В цилиндрической системе координат, позволяющей разбить векторное уравнение Ламе для каждого из волновых потенциалов, стандартные уравнения динамики имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + k_r^2 \Phi &= 0, \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + k_r^2 \Psi &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Наличие первой производной по продольной координате в (1) свидетельствует о том, что амплитуда потенциалов из-за сжатия волнового потока в клиновидной пластине нарастает к ребру. Однако эти уравнения не учитывают изменение амплитуды, обусловленное убывлю энергии при трансформации поверхностной волны в объемные, а также изменение скорости волны.

Введением дополнительного члена в уравнения (1), который учитывал бы изменение амплитуды и скорости волны, не решить проблему, поскольку очень сложно определить зависимость изменяющихся параметров волны от координат. Но если допустить медленное изменение этих параметров в пределах локальной длины волны, то можно воспользоваться этими уравнениями для получения приближенного решения. На малых интервалах изменений  $r$  и  $t$  решения общего вида можно рассматривать как состоящие из элементарных решений, которые имеют вид:

$$\Phi(r) = A_0 \exp[ik(r)r - i\omega t] \sin(v\theta),$$

$$\Psi(r) = A_0 p \exp[ik(r)r - i\omega t] \sin(\eta\theta),$$

где  $k(r) = k_0(1+ar)$ ,  $dk(r)/dr = k_0 a = 2\pi a/\lambda$ ,  $a = \varepsilon\lambda$ ,  $\varepsilon \ll 1$ ,  $\varepsilon$  – малый параметр задачи.

Волновое число в этих соотношениях выражается в комплексном виде:  $k(r) = k_1 + ik_2(r)$ , где действительная часть этого числа определяет скорость волны:  $V(r) = \omega/k_1(r)$ , а мнимая – амплитуду:  $A(r) = A_0 \exp[-k_2(r)r]$ .

Такой же подход был использован к граничным условиям, выражающим отсутствие напряжений на поверхности клина [2, 3]:

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta\theta} = 0, \text{ при } \theta = \pm\theta_0,$$

где

$$\sigma_{r\theta} = \rho c_i^2 \left( \frac{2}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \theta} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right),$$

$$\sigma_{\theta\theta} = 2\rho c_i^2 \left[ -\frac{k_r^2}{2} \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right].$$

Решения (1) целесообразно искать в виде комбинаций функции Ханкеля первого рода:

$$\Phi = \begin{bmatrix} A_0 H_v^{(1)}(k_r r) \cos(v\theta) + \\ + C_0 H_v^{(1)}(k_r r) \sin(v\theta) \end{bmatrix} \exp(-i\omega t),$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} A_0 H_\eta^{(1)}(k_r r) \sin(\eta\theta) + \\ + C_0 H_\eta^{(1)}(k_r r) \cos(\eta\theta) \end{bmatrix} \exp(-i\omega t),$$

поскольку эти функции удовлетворяют условию погашаемости.

В этих выражениях угловые волновые числа  $v$ ,  $\eta$  связаны с искомыми волновыми числами и пред-

полагаются медленно изменяющимися на локальной длине волны.

С учетом этих преобразований получаем комплексное дисперсионное уравнение для определения амплитуды и скорости волны:

$$\frac{H_v^+}{H_v^{(1)}(k_r r)} - 2 \left( \frac{k_r^2}{k_r^2} - 1 \right) \frac{H_\eta^+}{H_\eta^{(1)}(k_r r)} - \left[ \frac{tg \eta \theta}{tg v \theta} \right]^n = 0, \quad (2)$$

где

$$H_v^\pm = H_{v-2}^{(1)}(x_j) \pm H_{v+2}^{(1)}(x_j),$$

$$H_\eta^\pm = H_{\eta-2}^{(1)}(x_j) \pm H_{\eta+2}^{(1)}(x_j),$$

$$x_1 = k_r r, \quad x_2 = k_r r, \quad n = \pm 1.$$

Уравнение (2) показывает наличие двух спектральных ветвей (мод) акустической волны – симметричной ( $n=1$ ) и антисимметричной ( $n=-1$ )

На рис. 1 приведены соответственно зависимости относительной скорости симметричных и антисимметричных волн от расстояния до ребра клина.

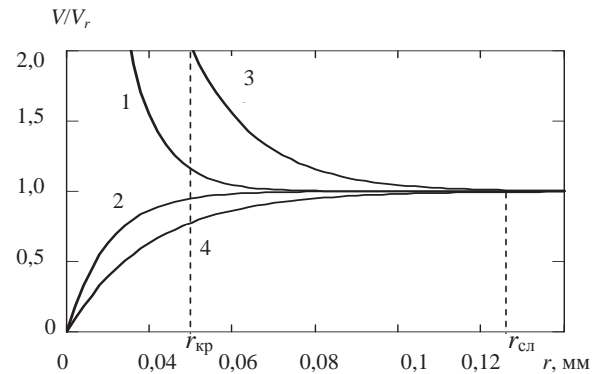


Рис. 1. Зависимость относительной скорости распространения антисимметричных (2 и 4) и симметричных (1 и 3) волн от расстояния до ребра клина ( $V_r$  – скорость рэлеевской волны,  $f=2,5$  МГц)

Следует отметить особый характер полученных зависимостей скоростей этих мод. С приближением к ребру от бесконечности до точки  $r_{сл}$  имеем устойчивое стационарное распространение поверхностной волны, а после этой точки происходит потеря устойчивости, сопровождающаяся возникновением двух мод. При этом оказывается, что скорости распространения этих мод при приближении к ребру будут изменяться различным образом. Скорость антисимметричной моды стремится к нулю, а симметричной – к скорости продольной волны. Область распространения этих мод также различная: если симметричная мода существует в узкой области от  $r_{сл}$  до  $r_{кр}$  границы неустойчивой зоны, то антисимметричная занимает всю область от границы  $r_{сл}$  до ребра клина.

Акустическое поле в клиновидной пластине вблизи ребра фактически представляет наложение двух неоднородных волн – бегущей к ребру и отраженной от него. Возникающая стоячая акустиче-

ская волна, рассмотренная в [4, 5], формируется только из антисимметричных волн. Скорость падающей волны в направлении ребра снижается от рэлеевской до нуля. В обратном направлении скорость волны убыстряется до рэлеевской. В силу равных условий распространения изменения скорости как в прямом, так и обратном направлениях имеют идентичный характер, что приводит к устойчивой волновой картине.

Амплитуда падающей волны изменяется в ходе движения и определяется конкуренцией двух механизмов – с одной стороны уменьшением локальной толщины пластины, ведущей к сжатию волнового потока и нелинейному росту амплитуды, с другой – нелинейным затуханием возмущений, связанным с оттоком энергии при возникновении объемных волн. Однако амплитуда возмущений при обратном движении определяется только одним механизмом – увеличением локальной толщины пластины, ведущим к нелинейному падению амплитуды. В этой ситуации взаимодействие с противоположной гранью не происходит, следовательно, трансформация поверхностной в объемные волны в этом случае не происходит.

На рис. 2 показана интерференционная структура акустического поля по направлению к ребру клина для угла клина  $26^\circ$ . Отметим, что расстояния между пучностями стоячей волны при приближении к ребру увеличиваются, что свидетельствует об уменьшении скорости моды поверхностной волны. Опытные данные получены на оригинальной установке [6], которая подробно описана в [7].

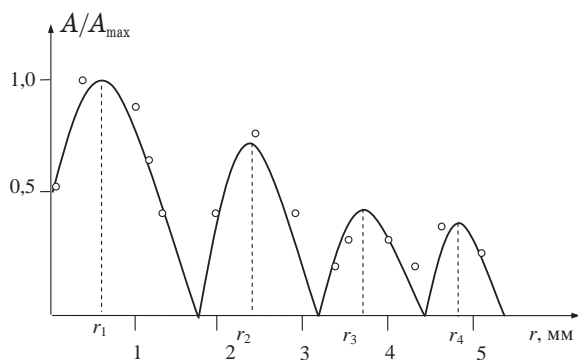


Рис. 2. Зависимость амплитуды стоячей волны от расстояния до ребра для угла клина  $26^\circ$

С приближением к ребру уменьшается локальная толщина, что приводит к уменьшению скорости антисимметричной волны. При этом волновой поток, теряя скорость, сжимается, достигая у ре-

бра максимальной плотности энергии. В обратном направлении поток расширяется, двигаясь от ребра и набирая скорость. Плотность энергии волнового потока при этом уменьшается, что ведет к спаду амплитуды. Этот эффект является специфическим и характерен только для клиновидной пластины.

#### Решение второй задачи

При распространении волны параллельно ребру клина скорость ее будет также зависеть от локальной толщины клина (в области траектории волны) [7]. Различная скорость по фронту волны будет приводить к отклонению волновой нормали и обуславливать отвод энергии к ребру клина. Поэтому эта волна должна характеризоваться неустойчивой траекторией, что противоречит известным экспериментальным наблюдениям.

Известно, что акустическое волновое сопротивление пропорционально скорости распространения волны. В соответствии с принципом наименьшего действия, при распространении упругой энергии в анизотропной среде происходит снос энергии из области с большим волновым сопротивлением в область с меньшим волновым сопротивлением.

Следовательно, при излучении поверхностной волны первоочередным будет ее движение в сторону более низкого пространственного градиента скорости – к ребру клина в область с уменьшающимся по ходу движения волновым сопротивлением. Отражаясь от ребра, потоки энергий падающей и отраженной волн накладываются, что приводит к пространственному перераспределению интенсивности колебаний с возникновением чередования максимумов и минимумов.

В этой ситуации переноса энергии волны по направлению к ребру не происходит, а прямым следствием этого факта является переориентация направления потока энергии волны, который устремляется вдоль ребра клина.

Таким образом, вначале возникает волновое движение перпендикулярно к ребру клина, существующее только в начальный период времени до образования стоячей волны, а затем формируется интерференционный поток энергии в новом направлении – вдоль ребра клина. Важно отметить, что траектория этой волны теперь будет устойчивой и будет проходить параллельно ребру клина. Это свидетельствует о специфической разновидности неоднородной волны в клиновидной пластине.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Толипов Х.Б., Гуревич С.Ю., Геренштейн А.В. Распространение упругих волн в клине. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2003. – 96 с.
2. Толипов Х.Б. Решение задачи взаимодействия рэлеевских волн с ребром клина при малых углах раствора // ПМТФ. – 2010. – Т. 51. – № 1. – С. 28–39.
3. Толипов Х.Б. Поверхностные акустические волны в упругой среде клиновидной формы // ЖТФ. – 2012. – № 9. – С. 139–142.
4. Tolipov Kh. Stagnant Nonuniform Acoustic Waves // Advanced Material Research. – V. 684. – P. 667–670. Trans Tech Publica-

- tions. Switzerland (2013). doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.684. – 667 p.
5. Толипов Х.Б. Стоячие волны в упругой клиновидной пластине // АЖ. – 2013. – № 4. – С. 502–507.
6. Устройство для измерения скорости поверхностных акустических волн: пат. № 115492 РФ, МПК G 01 N 29/00; заявл. 21.11.2011; опубл. 27.04.2012, Бюл. № 12. – 2 с.
7. Толипов Х.Б. Теоретическое и экспериментальное исследование волн, распространяющихся вдоль ребра клина // ПМТФ. – 2012. – Т. 51. – № 6. – С. 28–30.

Поступила 20.06.2013 г.

UDC 539.25

### NEW ACOUSTIC EFFECTS AT WAVE PROPAGATION IN WEDGE-SHAPED MEDIA

**Khoris B. Tolipov,**

Cand. Sc., South Ural State University,  
Russia, 454080, Chelyabinsk, Lenin avenue, 76. E-mail: thb@susu.ac.ru

*The research of wave propagation in elastic wedge plate revealed new acoustic effects near the edge unknown in the technical literature. At surface wave movement in this area the acoustic field is a continuously restructured and spatial wave radiation occurs. When reaching the edge the surface wave rate falls to zero, but in the opposite direction the wave gains velocity. All these facts identify a new physical phenomenon: the inverse wave in the wedge plate occurs not due to reflection from an edge in the classic sense, but because of wave flow compression. Occurring at falling and reverse fluctuations impose the standing nonuniform wave is formed of the displacements of small amplitude. The wave motion of original physical nature occurs along the wedge edge.*

#### Key words:

*Nonuniform wave, interference, wedge-shaped plate, wave field, the theory of elasticity.*

#### REFERENCES

1. Tolipov Kh.B., Gurevich S.Yu., Gerenshteyn A.V. *Rasprostraneniye uprugikh voln v kline* [Distribution of elastic waves in a wedge]. Chelyabinsk, YuUrGU Publishing house, 2003. 96 p.
2. Tolipov Kh.B. Resheniye zadachi vzaimodeystviya releevskikh voln s rebrom klina pri malykh uglakh rastvora [Solution of interaction problem of Rayleigh waves with the wedge edge with a small apex angle]. *Journal of applied mechanics and technical physics*, 2010, vol. 55, no. 1, pp. 22–30.
3. Tolipov Kh.B. Poverkhnostnye akusticheskie volny v uprugoy srede klinovidnoy formy [Surface acoustic waves in an elastic wedge media]. *Technical Physics*, 2012, vol. 57, Iss. 9, pp. 1321–1324.
4. Tolipov Kh. *Stagnant Nonuniform Acoustic Waves*. *Advanced Material Research*. Vol. 684, pp. 667–670. Trans Tech Publica-

- tions. Switzerland (2013) doi:10.4028/www.scientific.net/AMR.684. 667 p.
5. Tolipov Kh.B. Stoyachie volny v uprugoy klinovidnoy plastine [Stagnant waves in an elastic wedge-shaped plate]. *Acoustical physics*, 2013, vol. 59, no. 4, pp. 447–452.
6. Tolipov Kh.B., Tolipova Yu.Kh. *Ustroystvo dlya izmereniya skorosti poverkhnostnykh akusticheskikh voln* [Device for measuring the velocity of the surface acoustic waves]. Patent RF, no. 115492 MPK G01N 29/00, 2011.
7. Tolipov Kh.B. Teoreticheskoe i eksperimentnoye issledovanie voln rasprostranyayushchikhsya vdol rebra klina [Theoretical and experimental study of waves propagating along the edge of a wedge]. *Journal of applied mechanics and technical physics*, 2012, vol. 53, no. 6, pp. 854–859.